Prof. Dr. Holger Frahm
PD Dr. Mic$\hbar$ael Flohr

DREHUNGEN UND POTENTIALE

Erhaltungssätze spielen in der Physik eine große Rolle. Mit ihrer Hilfe können Bewegungsgleichungen oft viel einfacher gelöst werden. Besonders wichtig ist die Drehimpulserhaltung. Dazu studieren wir erst einmal, wie sich Systeme unter Drehungen verhalten. Ein weiterer wichtiger Begriff ist der des Potentials. Auch hier gilt, dass Kraftfelder, die ein Potential besitzen, das Leben eines Physikers einfacher machen.

[P13] *Drehungen*
Untersuchen Sie die lineare Transformation, die eine Orthonormalbasis $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$ eines dreidimensionalen Raumes zyklisch vertauscht.

(a) Geben Sie das Transformierte $\vec{a}\,'$ eines beliebigen Vektors $\vec{a}$ an.
(b) Schreiben Sie die Komponenten von $\vec{a}\,'$ als Produkt einer Matrix D mit den Komponenten von $\vec{a}$.
(c) Zeigen Sie, dass die lineare Transformation eine Drehung ist, also Längen unverändert lässt und $D^{\mathsf{T}} = D^{-1}$ erfüllt.
(d) Bestimmen Sie die Drehachse, und geben Sie einen normierten Vektor an, der sich unter der Transformation *nicht* ändert.
(e) Geben Sie einen zur Drehachse senkrechten Vektor und sein Transformiertes an. Berechnen Sie den Drehwinkel.

[P14] *Potentiale*
Welche der folgenden Kraftfelder besitzen ein Potential, wobei $\vec{r} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ den Ortsvektor bezeichnet:

(a) $\vec{F}(\vec{r}) = \begin{pmatrix} x \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$,
(b) $\vec{F}(\vec{r}) = \begin{pmatrix} x \\ y \\ 0 \end{pmatrix}$,
(c) $\vec{F}(\vec{r}) = \begin{pmatrix} 0 \\ -z \\ y \end{pmatrix}$,
(d) $\vec{F}(\vec{r}) = -\begin{pmatrix} y+z \\ z+x \\ x+y \end{pmatrix}$.

Geben Sie das etwaige Potential an.